Álgebra y Cálculo
TUPED

Unidad 5: Sistema de Ecuaciones Lineales

Sistemas de ecuaciones lineales

Un sistema de **dos ecuaciones** con **dos variables** es un sistema de la forma:

$$\begin{cases} a_1 x + b_1 y = \\ a_2 x + b_2 y = \end{cases}$$

Ec. 1

Ec. 2

Se trata de un conjunto de ecuaciones con un conjunto de incógnitas, cuya **solución son los valores de las variables *que resuelven todas las ecuaciones simultáneamente***

Veamos el siguiente sistema:

$$\begin{cases} 2x - y = 5 & (1) \\ x + 4y = 7 & (2) \end{cases}$$

Si analizamos ambas ecuaciones, podemos comprobar que si $x = 3$ e $y = 1$, se verifican las igualdades (es decir, el sistema **tiene solución**)

¿Cómo? Reemplazando

En (1)

$$2x - y = 5$$

2(3) – (1) = 6 – 1 = 5

En (2)

$$x + 4y = 7$$

(3) + 4(1) = 3 + 4 = 7

Soluciones de un Sistema de ecuaciones de 2x2

Un sistema tiene SOLUCION si existen valores de las variables que hacen que CADA UNA de las ecuaciones del sistema se cumpla.

$$\begin{cases} 2x - y = 5 & (1) \\ x + 4y = 7 & (2) \end{cases}$$

Una solución es:

$x = 3$ e $y = 1$

Es la única solución?

Para responder esta pregunta, debemos RESOLVER el sistema, es decir, **encontrar todas las soluciones** del sistema, si existen.

¿Cómo podemos encontrar las soluciones?

Existen ciertos métodos para resolver sistemas, nosotros veremos los siguientes:

1. Método de Sustitución

2. Método de eliminación o Reducción

¿Cómo podemos encontrar las soluciones?

MÉTODO 1

Método de sustitución

1. **Despejar una variable.** Escoger una ecuación y despejar una de las variables.
2. **Sustituir.** Sustituya la expresión que determinó en el paso 1 en la otra ecuación para obtener una ecuación con una variable, luego resuélvala para obtener el valor de esa variable.
3. **Sustituir en la ecuación de la variable despejada.** Sustituya el valor que encontró en el paso 2 en la expresión que encontró en el paso 1 para determinar la variable faltante.

Ejemplo 1: método de sustitución

Calcule todas las soluciones del sistema.

$$\begin{cases} 2x + y = 1 \\ 3x + 4y = 14 \end{cases} \qquad \begin{matrix} \text{Ecuación 1} \\ \text{Ecuación 2} \end{matrix}$$

Solución Se despeja y de la primera ecuación.

Despejar una variable $y = 1 - 2x$ Despejar y en la ecuación 1

En seguida se sustituye el valor de y en la segunda ecuación y se determina x:

Sustituir

$$\begin{aligned} 3x + 4(1 - 2x) &= 14 && \text{Sustitución de } y = 1 - 2x \text{ en la ecuación 2} \\ 3x + 4 - 8x &= 14 && \text{Desarrollo} \\ -5x + 4 &= 14 && \text{Simplificación} \\ -5x &= 10 && \text{Resta de 4} \\ x &= -2 && \text{Determinación de } x \end{aligned}$$

Luego se sustituye $x = -2$ en la ecuación de $y = 1 - 2x$:

Sustituir en la variable despejada $y = 1 - 2(-2) = 5$ Sustitución

Verificación respuesta del Ejemplo 1

Compruebe su respuesta

$x = -2, y = 5$:

$$\begin{cases} 2(-2) + 5 = 1 \\ 3(-2) + 4(5) = 14 \end{cases} \checkmark$$

¿Cómo podemos encontrar las soluciones?

MÉTODO 2

Método de eliminación

1. **Ajustar los coeficientes.** Se multiplica una o más de las ecuaciones por cantidades adecuadas de modo que el coeficiente de una variable de una ecuación sea el negativo de su coeficiente en la otra ecuación.
2. **Sumar las ecuaciones.** Se suman las dos ecuaciones para eliminar una variable, luego se resuelve para determinar el valor de la variable restante.
3. **Sustituir.** Se sustituye el valor que determinó en el paso 2 en una de las ecuaciones originales, y se resuelve para determinar el valor de la variable restante.

Ejemplo 2: método de eliminación

Encuentre todas las soluciones del sistema.

$$\begin{cases} 3x + 2y = 14 & \text{Ecuación 1} \\ x - 2y = 2 & \text{Ecuación 2} \end{cases}$$

Solución Puesto que los coeficientes de los términos con y son negativos, se pueden sumar las ecuaciones para eliminar y.

$$\begin{cases} 3x + 2y = 14 \\ x - 2y = 2 \end{cases} \quad \text{Sistema}$$

$$4x \qquad = 16 \quad \text{Suma}$$

$$x = 4 \quad \text{Determinación de } x$$

Ahora se sustituye $x = 4$ en una de las ecuaciones originales y se determina y. Escojamos la segunda ecuación porque se ve más sencilla.

$$\begin{aligned} x - 2y &= 2 && \text{Ecuación 2} \\ 4 - 2y &= 2 && \text{Sustitución de } x = 4 \text{ en la ecuación 2} \\ -2y &= -2 && \text{Resta de 4} \\ y &= 1 && \text{Determinación de } y \end{aligned}$$

Clasificación de los sistemas según su solución:

Tienen solución ► Compatibles o Consistentes:

- Única solución: Determinados

- Infinitas soluciones: Indeterminados

No tienen solución ► Incompatibles o Inconsistentes

Ejemplo de un Sistema Incompatible

Resuelva el sistema.

$$\begin{cases} 8x - 2y = 5 & \text{Ecuación 1} \\ -12x + 3y = 7 & \text{Ecuación 2} \end{cases}$$

Solución Esta vez tratamos de determinar una combinación adecuada de las dos ecuaciones para eliminar la variable y. Al multiplicar la primera ecuación por 3 y la segunda por 2 tenemos

$$\begin{array}{rl} \begin{cases} 24x - 6y = 15 \\ -24x + 6y = 14 \end{cases} & \begin{array}{l} 3 \times \text{ecuación 1} \\ 2 \times \text{ecuación 2} \end{array} \\ \hline 0 = 29 & \text{Suma} \end{array}$$

En este caso, al sumar las dos ecuaciones se eliminan tanto x *como* y, y terminamos con $0 = 29$, lo cual obviamente es falso. No importa qué valores asignemos a x y a y, no podemos hacer que este enunciado sea verdadero, de modo que el sistema no tiene solución. El sistema es inconsistente.

Ejemplo de un Sistema Compatible Indeterminado

Resuelva el sistema

$$\begin{cases} 3x - 6y = 12 & \text{Ecuación 1} \\ 4x - 8y = 16 & \text{Ecuación 2} \end{cases}$$

Solución Esta vez tratamos de determinar una combinación adecuada de las dos ecuaciones para eliminar la variable x. Al multiplicar la primera ecuación por 4 y la segunda por 3 tenemos

$$\begin{cases} 12x - 24y = 48 & \text{4 x ecuación 1} \\ 12x - 24y = 48 & \text{3 x ecuación 2} \end{cases}$$

$$0=0 \qquad \text{la resta}$$

En este caso, al restar las ecuaciones se eliminan tanto x como y por lo que terminamos con $0 = 0$, lo cual es verdadero, para infinitos valores de x e y, pero que cumplen determinada forma.

Para poder establecer cuales son los valores de x e y que satisfacen un sistema con infinitas soluciones, haremos lo siguiente

$$\begin{cases} 12x - 24y = 48 & 4 \text{ x ecuación } 1 \\ 12x - 24y = 48 & 3 \text{ x ecuación } 2 \end{cases}$$

$$\overline{\quad 0y = 0 \quad} \qquad \text{la resta}$$

Como podemos observar, la ecuación $0y = 0$ se cumple para todo y que pertenezca a los reales, entonces decimos que $y = t$, con $t \in \boldsymbol{R}$

Para obtener el valor de x, tomamos la ecuación 1 original y reemplazamos a y por t**,** obteniendo

$$3x - 6t = 12$$
$$x = 4 + 2t$$

Por lo que las infinitas soluciones al sistema son los pares $(x, y) = (4 + 2t, t)$

Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones

a) $\begin{cases} 3x - 5y = 10 \\ x + 3y = 8 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 3x - y = 0 \\ 2x + y = 0 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 2x + y = 7 \\ 6x + 3y = 5 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 5x + 2y = 7 \\ -10x - 4y = -14 \end{cases}$

e) $\begin{cases} 3x + y = 0 \\ 2x + \frac{2}{3}y = 0 \end{cases}$

SISTEMAS DE ECUACIONES CON VARIAS VARIABLES

¿Cómo es una ecuación con varias variables?

Una **ecuación lineal con n variables** es una ecuación que se puede expresar en la forma

$$a_1x_1 + a_2x_2 + \cdots + a_nx_n = c$$

Ej: Sistema con **3 variables** y **3 ecuaciones**:

$$\begin{cases} x - 2y - z = 1 \\ -x + 3y + 3z = 4 \\ 2x - 3y + z = 10 \end{cases}$$

También llamado SISTEMA DE 3x3

SISTEMA EN FORMA TRIANGULAR

Un sistema de ecuaciones lineales

$$\begin{cases} x - 2y - z = 1 \\ -x + 3y + 3z = 4 \\ 2x - 3y + z = 10 \end{cases}$$

Un sistema de forma triangular

$$\begin{cases} x - 2y - z = 1 \\ y + 2z = 5 \\ z = 3 \end{cases}$$

No aparece x

Aparece solo una variable

¿Cómo se resuelve un sistema de 3x3?

¿Me sirven los métodos para resolver sistemas de 2x2?

Un sistema de forma triangular

$$\begin{cases} x - 2y - z = 1 \\ y + 2z = 5 \\ z = 3 \end{cases}$$

¿Puedo determinar cuanto vale *z*?

¿Y las demás variables?

Resolución de sistemas 3x3 de la forma triangular

Resuelva el sistema usando la sustitución:

$$\begin{cases} x - 2y - z = 1 & \text{Ecuación 1} \\ y + 2z = 5 & \text{Ecuación 2} \\ z = 3 & \text{Ecuación 3} \end{cases}$$

Solución De acuerdo con la última ecuación sabemos que $z = 3$. Sustituimos este valor en la segunda ecuación y determinamos y.

$$y + 2(3) = 5 \qquad \textit{Sustitución de } z = 3 \textit{ en la ecuación 2}$$

$$y = -1 \qquad \textit{Determinación de } y$$

Luego se sustituye $y = -1$ y $z = 3$ en la primera ecuación y determinamos x.

$$x - 2(-1) - (3) = 1 \qquad \textit{Sustitución de } y = -1 \textit{ y } z = 3 \textit{ en la ecuación 1}$$

$$x = 2 \qquad \textit{Determinación de } x$$

¿Cómo resolver un sistemas de ecuaciones de 3x3 cualquiera?

1. Lo escribimos en su **forma triangular** (Sistema equivalente)

1. Resolvemos el sistema triangular usando el **Método de Sustitución**

¿Cómo llevo un sistema a la forma triangular?

Para pasar de un **sistema de ecuaciones lineales** a un **sistema triangular equivalente** (es decir que tenga las mismas soluciones) aplicamos el **método de eliminación.**

Operaciones para hallar sistemas equivalentes:

1. Multiplicación de una ecuación por una constante distinta de cero.

1. Intercambiar dos ecuaciones.

1. Sumar un múltiplo no nulo de una de las ecuaciones a la otra.

MÉTODO DE GAUSS

Es un método que consiste en aplicar las operaciones que generan un sistema equivalente para **encontrar un sistema triangular** y **luego se aplica la sustitución**.

Por ejemplo: Resuelva el siguiente sistema

$$\begin{cases} x - 2y + 3z = 1 \\ x + 2y - z = 13 \\ 3x + 2y - 5z = 3 \end{cases}$$

Solución Es necesario cambiar este sistema a uno triangular, de modo que empezamos eliminando el término en x de la segunda ecuación.

$$\begin{array}{rl} x + 2y - z = 13 & \text{Ecuación 2} \\ x - 2y + 3z = 1 & \text{Ecuación 1} \\ \hline 4y - 4z = 12 & \text{Ecuación 2} + (-1) \times \textit{ecuación 1} = \textit{nueva ecuación 2} \end{array}$$

Esto proporciona un sistema equivalente que es un paso más cerca de la forma triangular.

$$\begin{cases} x - 2y + 3z = 1 & \text{Ecuación 1} \\ \phantom{x - {}} 4y - 4z = 12 & \text{Ecuación 2} \\ 3x + 2y - 5z = 3 & \text{Ecuación 3} \end{cases}$$

Ahora se elimina el término en x de la tercera ecuación.

$$\begin{cases} x - 2y + 3z = 1 \\ 4y - 4z = 12 \\ 8y - 14z = 0 \end{cases} \qquad \text{Ecuación 3} + (-3) \times \textit{ecuación 1} = \text{nueva ecuación 3}$$

Luego se elimina el término en y de la tercera ecuación.

$$\begin{cases} x - 2y + 3z = 1 \\ 4y - 4z = 12 \\ -6z = -24 \end{cases} \qquad \text{Ecuación 3} + (-2) \times \textit{ecuación 1} = \text{nueva ecuación 3}$$

El sistema es ya triangular, pero será más sencillo trabajar con él si dividimos las ecuaciones segunda y tercera entre los factores comunes de cada término.

$$\begin{cases} x - 2y + 3z = 1 \\ y - z = 3 \\ z = 4 \end{cases} \qquad \begin{array}{l} \frac{1}{4} \times \textit{ecuación 2} = \text{nueva ecuación 2} \\ -\frac{1}{6} \times \textit{ecuación 3} = \text{nueva ecuación 3} \end{array}$$

Ahora se sustituye para resolver el sistema. A partir de la tercera ecuación obtenemos $z = 4$. Se sustituye luego este valor en la segunda ecuación y se determina y.

$$y - (4) = 3 \qquad \text{Sustitución de } z = 4 \text{ en la ecuación 2}$$

$$y = 7 \qquad \text{Determinación de } y$$

Luego se sustituye $y = 7$ y $z = 4$ en la primera ecuación y se determina x.

$$x - 2(7) + 3(4) = 1 \qquad \text{Se sustituye } y = 7 \text{ y } z = 4 \text{ en la ecuación 1}$$

$$x = 3 \qquad \text{Se determina } x$$

Compruebe su respuesta

Es necesario verificar que la respuesta $x = 3$, $y = 7$, $z = 4$, cumple *las tres ecuaciones*:

$$\begin{aligned} (3) - 2(7) + 3(4) &= 1 \\ (3) + 2(7) - (4) &= 13 \\ 3(3) + 2(7) - 5(4) &= 3 \quad \checkmark \end{aligned}$$

Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones

a) $\begin{cases} x + y - 3z = 0 \\ y = 0 \\ z = 5 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x - 2z = 2 \\ y + 3z = 0 \\ 0z = 0 \end{cases}$

c) $\begin{cases} x + y + z = 7 \\ 2x + y = 4 \\ 3y + z = 10 \end{cases}$

d) $\begin{cases} x - 2y + 3z = 11 \\ 4x + y - z = 4 \\ 2x - y + 3z = 10 \end{cases}$

e) $\begin{cases} -x + z = 0 \\ y + 3z = 1 \\ x - y = -3 \end{cases}$

f) $\begin{cases} x + 2y - 4z = 4 \\ -2x - 4y + 8z = -9 \end{cases}$

g) $\begin{cases} x + 2y - z = 5 \\ x + y + 3z = 10 \\ 5x - y + z = 4 \end{cases}$

h) $\begin{cases} 3x + y - z = 2 \\ 6x - 2y + z = 7 \\ x - 3y + 4z = 5 \end{cases}$

i) $\begin{cases} 4x - y + z = 0 \\ 3x + y - z = 0 \\ x - 2y + 2z = 0 \end{cases}$

j) $\begin{cases} x + 3y + z = 1 \\ 2x + y - z = 0 \\ -x + 2y + 2z = 0 \end{cases}$

Sistemas representados con Matrices

Los sistemas pueden representarse por medio de una matriz, llamada **matriz aumentada del sistema.**

Sistema lineal | **Matriz aumentada**

$$\begin{cases} 2x - y = 5 \\ x + 4y = 7 \end{cases} \qquad \begin{array}{r} \text{Ecuación 1} \\ \text{Ecuación 2} \end{array} \qquad \begin{array}{c} \begin{bmatrix} 2 & -1 & 5 \\ 1 & 4 & 7 \end{bmatrix} \\ \begin{array}{ccc} x & \; y & \end{array} \end{array}$$

Las operaciones que aprendimos para solucionar sistemas de ecuaciones se pueden realizar ahora en sobre la aumentada.

DEFINICIÓN DE MATRIZ

Una **matriz** de $m \times n$ es un conjunto rectangular de números con m **renglones** y n **columnas**.

$$
\begin{array}{c}
\left.\begin{bmatrix}
a_{11} & a_{12} & a_{13} & \cdots & a_{1n} \\
a_{21} & a_{22} & a_{23} & \cdots & a_{2n} \\
a_{31} & a_{32} & a_{33} & \cdots & a_{3n} \\
\vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
a_{m1} & a_{m2} & a_{m3} & \cdots & a_{mn}
\end{bmatrix}\right\} m \text{ renglones} \\
\underbrace{\hspace{12em}}_{n \text{ columnas}}
\end{array}
$$

Decimos que la matriz tiene **dimensión** $m \times n$. Los números a_{ij} son las **entradas** de la matriz. El subíndice de la entrada a_{ij} indica que está en el i-ésimo renglón y la j-ésima columna.

Sistemas representados con Matrices

Podemos escribir un sistema de ecuaciones lineales como una matriz al escribir sólo los coeficientes y constantes que aparecen en las ecuaciones.

Sistema lineal	**Matriz aumentada**
$\begin{cases} 3x - 2y + z = 5 \\ x + 3y - z = 0 \\ -x + 4z = 11 \end{cases}$	$\begin{bmatrix} 3 & -2 & 1 & 5 \\ 1 & 3 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 4 & 11 \end{bmatrix}$

Observe que una variable faltante en una ecuación corresponde a una entrada 0 en la matriz aumentada.

¿Cómo reducimos una matriz a su ***forma escalonada*** ?

OPERACIONES ELEMENTALES DE RENGLONES

1. Sumar un múltiplo de un renglón a otro.
2. Multiplicar un renglón por una constante diferente de cero.
3. Intercambiar dos renglones.

Eliminación Gaussiana

SOLUCIÓN DE UN SISTEMA USANDO ELIMINACIÓN GAUSSIANA

1. **Matriz aumentada.** Escriba la matriz aumentada del sistema.
2. **Forma escalonada por renglones.** Use operaciones elementales de renglón para cambiar la matriz aumentada a forma escalonada por renglones.
3. **Sustitución.** Escribimos el nuevo sistema de ecuaciones que corresponde a la forma escalonada por renglones de la matriz aumentada y resolvemos por medio de sustitución.

Necesita un 1 aquí

Matriz aumentada:

$$\begin{bmatrix} 4 & 8 & -4 & 4 \\ 3 & 8 & 5 & -11 \\ -2 & 1 & 12 & -17 \end{bmatrix}$$

Necesita ceros aquí

$$\xrightarrow{\frac{1}{4}R_1} \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 & 1 \\ 3 & 8 & 5 & -11 \\ -2 & 1 & 12 & -17 \end{bmatrix}$$

Necesita un 1 aquí

$$\xrightarrow[R_3 + 2R_1 \to R_3]{R_2 - 3R_1 \to R_2} \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & 2 & 8 & -14 \\ 0 & 5 & 10 & -15 \end{bmatrix}$$

Necesita un cero aquí

$$\xrightarrow{\frac{1}{2}R_2} \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 4 & -7 \\ 0 & 5 & 10 & -15 \end{bmatrix}$$

Necesita un 1 aquí

$$\xrightarrow{R_3 - 5R_2 \to R_3} \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 4 & -7 \\ 0 & 0 & -10 & 20 \end{bmatrix}$$

Forma escalonada por renglones:

$$\xrightarrow{-\frac{1}{10}R_3} \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 4 & -7 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \end{bmatrix}$$

Ejemplo: Sistema de 3x3 sin solución

Resuelva el sistema siguiente.

$$\begin{cases} x + 2y - 2z = 1 & \text{Ecuación 1} \\ 2x + 2y - z = 6 & \text{Ecuación 2} \\ 3x + 4y - 3z = 5 & \text{Ecuación 3} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + 2y - 2z = 1 \\ -2y + 3z = 4 \\ 0 = -2 \end{cases}$$

El sistema está ahora en forma triangular, pero la tercera ecuación establece que $0 = -2$, lo cual es falso. No importa qué valores asignemos a x, y y z, la tercera ecuación nunca será verdadera. Esto quiere decir que el sistema *no tiene solución.* ■

Ejemplo: Sistema de 3x3 con infinitas soluciones

Resolver:

$$\begin{cases} x - y + 5z = -2 & \text{Ecuación 1} \\ 2x + y + 4z = 2 & \text{Ecuación 2} \\ 2x + 4y - 2z = 8 & \text{Ecuación 3} \end{cases}$$

Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones usando Matrices

I. $\begin{pmatrix} 1 & 1 & -3 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 5 \end{pmatrix}$.

III. $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 & 2 \\ 0 & 1 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

V. $\begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$.

VII. $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

II. $\begin{pmatrix} 1 & 5 & 8 & 2 \\ 0 & 1 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 10 \end{pmatrix}$.

IV. $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

VI. $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

MODELADO CON SISTEMAS LINEALES

Criterios para modelar con sistemas de ecuaciones

1. **Identificar las variables.** Identifique las cantidades que el problema pide determinar. Por lo regular, se determinan mediante una lectura cuidadosa de las preguntas planteadas al final del problema. Introduzca la notación para las variables: nómbrelas x y y u otras letras.
2. **Expresar todas las cantidades desconocidas en función de las variables.** Lea el problema una vez más y exprese todas las cantidades mencionadas en el problema en función de las variables que definió en el paso 1.
3. **Plantear un sistema de ecuaciones.** Encuentre los hechos decisivos en el problema que dan las relaciones entre las expresiones que determinó en el paso 2. Plantee un sistema de ecuaciones, o modelo, que exprese estas relaciones.
4. **Resolver el sistema e interpretar los resultados.** Resuelva el sistema que encontró en el paso 3, compruebe sus soluciones y dé la respuesta final en la forma de una oración que responda a la pregunta planteada en el problema.

Ejemplo: Sistema de ecuaciones de 2x2

Una gasolinería vende gasolina regular a 2.20 dólares cada galón y gasolina premium a 3.00 dólares el galón. Al final de un día de trabajo se vendieron 280 galones de gasolina y se recibieron un total de 680 dólares. ¿Cuántos galones de cada tipo de gasolina se vendieron?

Si hacemos que x y y sean las cantidades vendidas de galones de gasolina regular y de gasolina premium, respectivamente, obtenemos el siguiente sistema de dos ecuaciones:

$$\begin{cases} x + y = 280 & \text{Ecuación de los galones} \\ 2.20x + 3.00y = 680 & \text{Ecuación de los dólares} \end{cases}$$