Facultad de
UNER Ingeniería

Álgebra y Cálculo

Tecnicatura universitaria en procesamiento y explotación de datos

TUPED - 1° C

Facultad de
UNER Ingeniería

Unidad 1: Funciones de variable real

Función racional, exponencial y logarítmica

TUPED - 1° C

Tipos de funciones:

- *Polinomiales*
  - *Lineal*
  - *Cuadrática*
- Racionales
- Exponenciales
- Logarítmicas

Función racional

Definición

Una función racional r es una función de la forma

$$\boldsymbol{r(x) = \frac{P(x)}{Q(x)}}$$

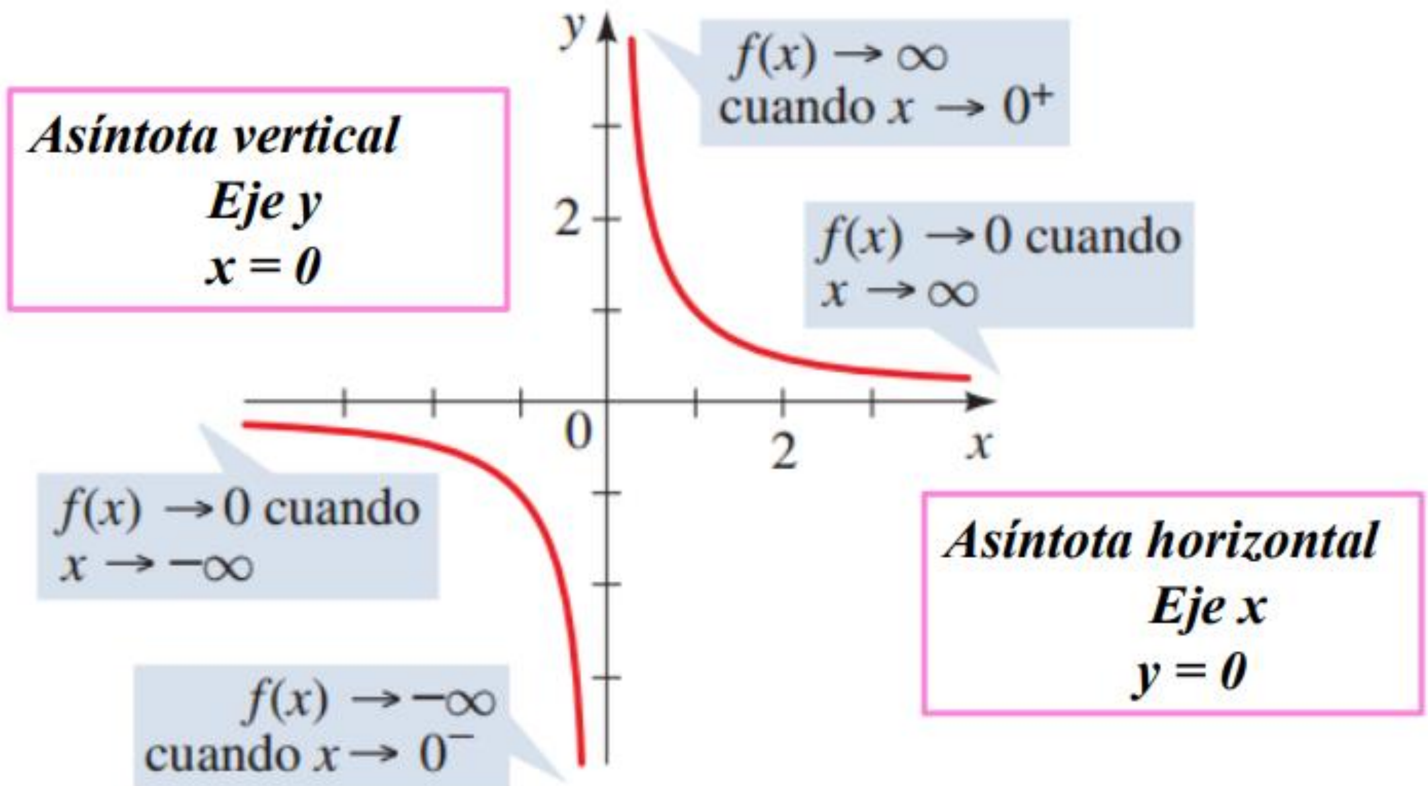
donde P y Q son funciones polinómicas.

Por ejemplo:

$$f(x) = \frac{1}{x}$$

$Función\ f(x) = \frac{1}{x}$

- $\boldsymbol{Domf = R_{-\{0\}}}$



Función racional: Ejercicios

Dadas las siguientes funciones:

- $f(x) = \frac{1}{x-2}$
- $g(x) = \frac{1}{x} + 3$
- $h(x) = -\frac{1}{x}$

Indicar su dominio, el corte con los ejes coordenados, realizar su gráfica e indicar el conjunto imagen.

Tipos de funciones:

- *Polinomiales*
  - *Lineal*
  - *Cuadrática*
- Racionales
- Exponenciales
- Logarítmicas

Función exponencial

La función exponencial con base ***a*** está definida para todos los números reales ***x*** por:

$$f(x) = a^x$$

$$con\ a > 0\ y\ a \neq 1$$

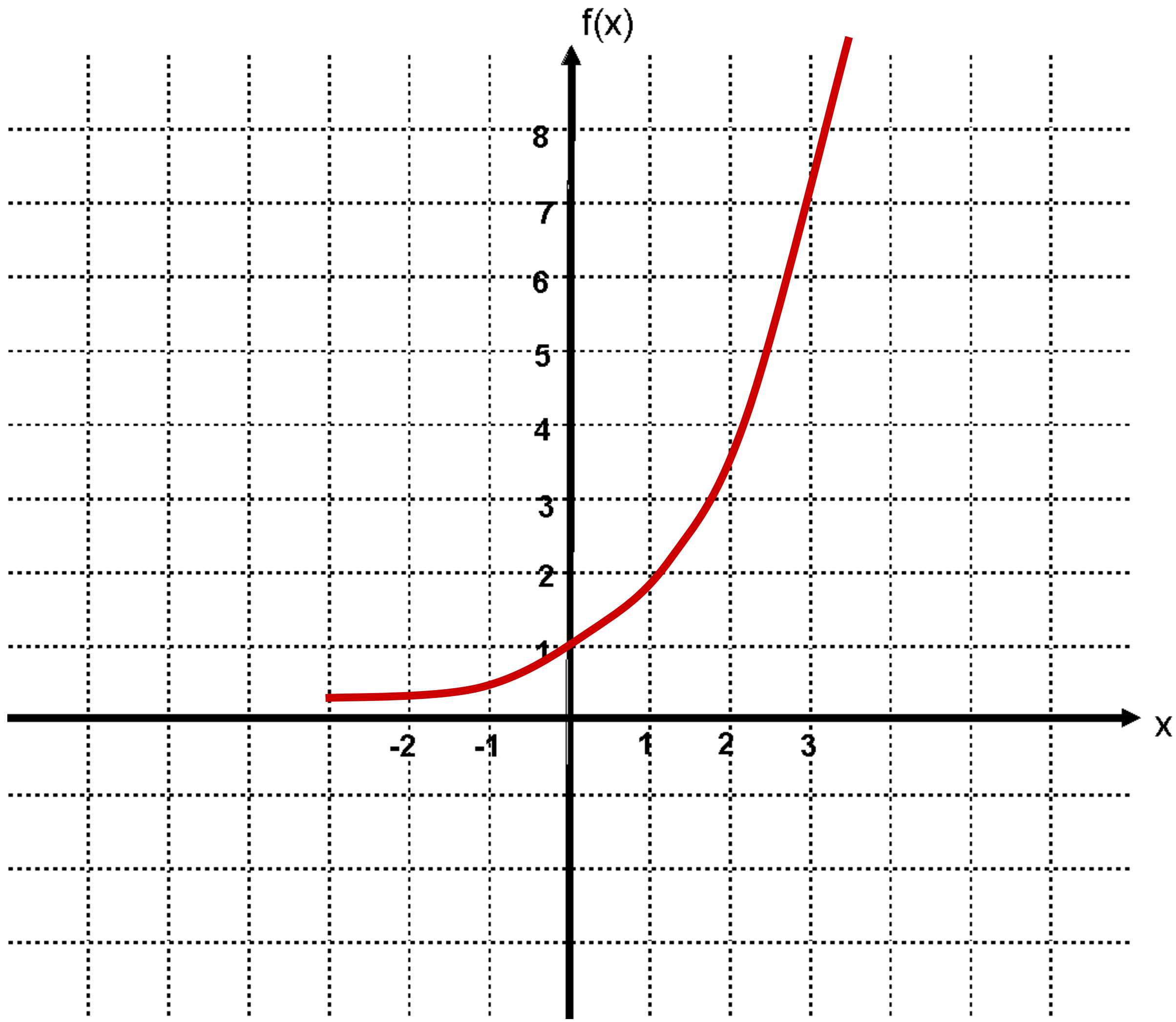
Ejemplos:

$f(x) = 5^x$ $\qquad g(x) = \frac{1}{2}^x$ $\qquad h(x) = 3^{-x}$

Gráfica de una función exponencial: Ejemplo 1

$$f(x) = 2^x$$

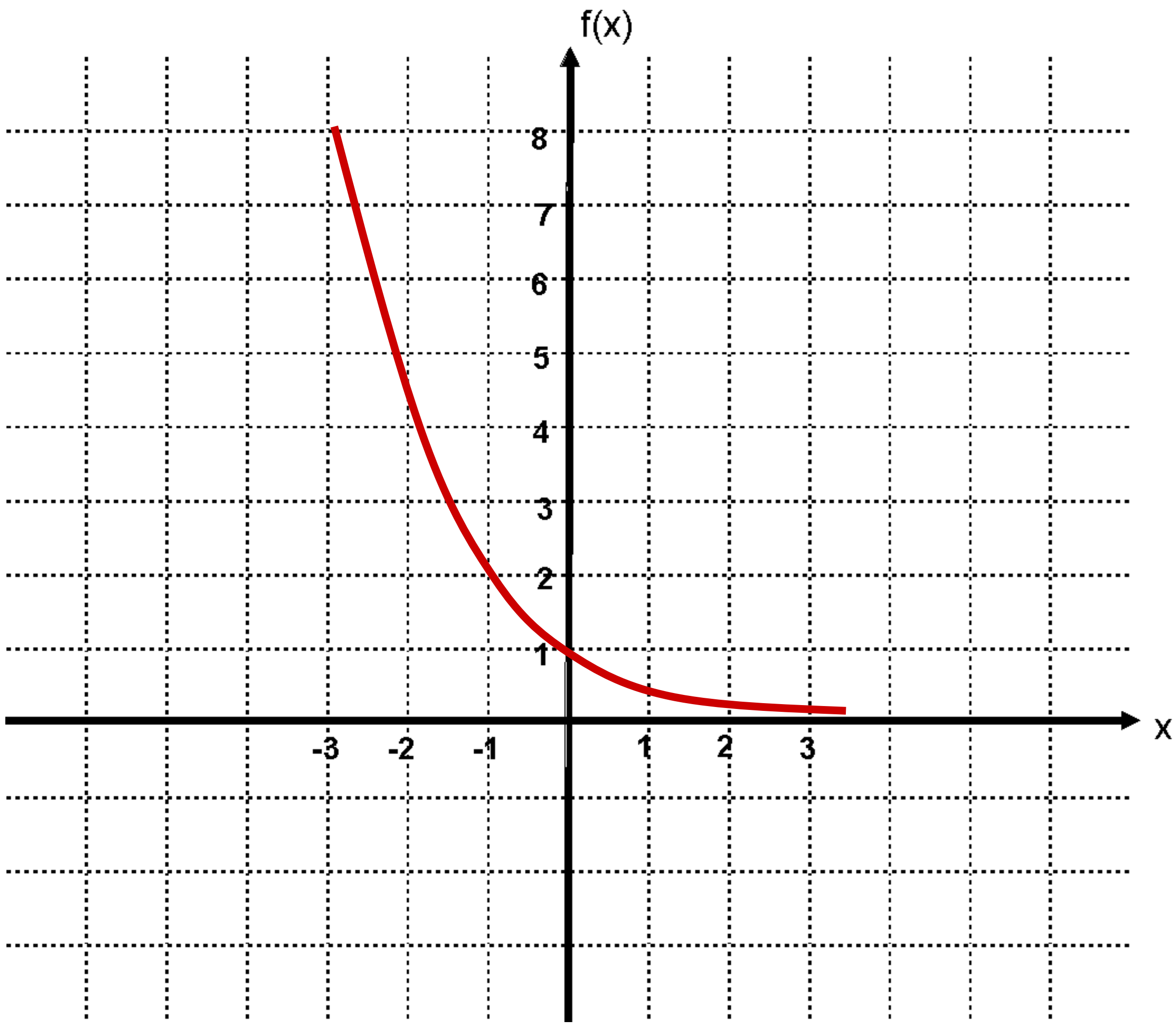
x	2^x
-2	¼
-1	½
0	1
1	2
2	4
3	8



Gráfica de la función exponencial: Ejemplo 2

$$f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$$

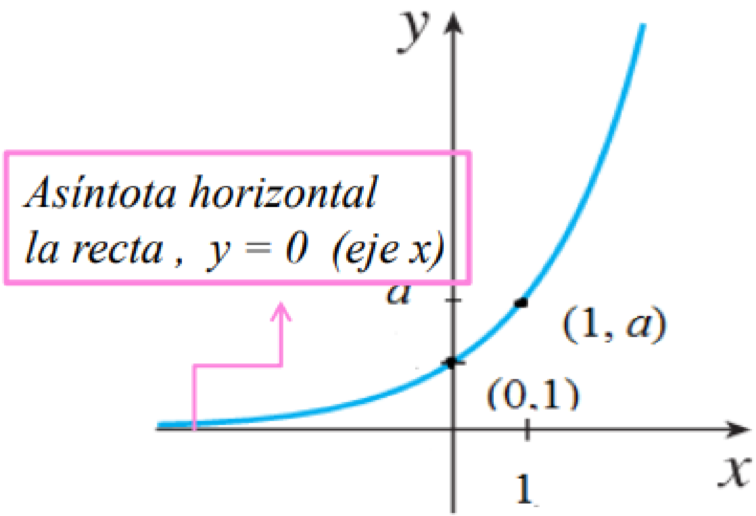
x	$(\frac{1}{2})^x$
-3	8
-2	4
-1	2
0	1
1	½
2	¼



Función exponencial

$$f(x) = a^x \text{, con } a > 0, a \neq 1$$

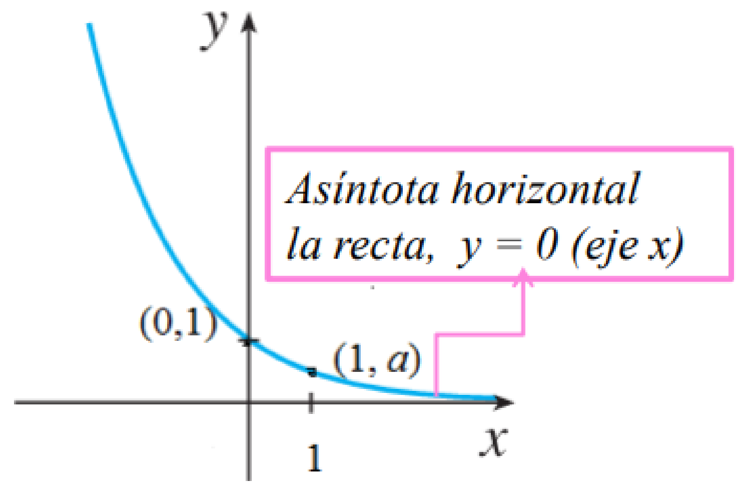
$\boxed{a > 1}$



Domf = R

Imf =R⁺

$\boxed{0 < a < 1}$



Domf=R

Imf=R⁺

Características de una función exponencial

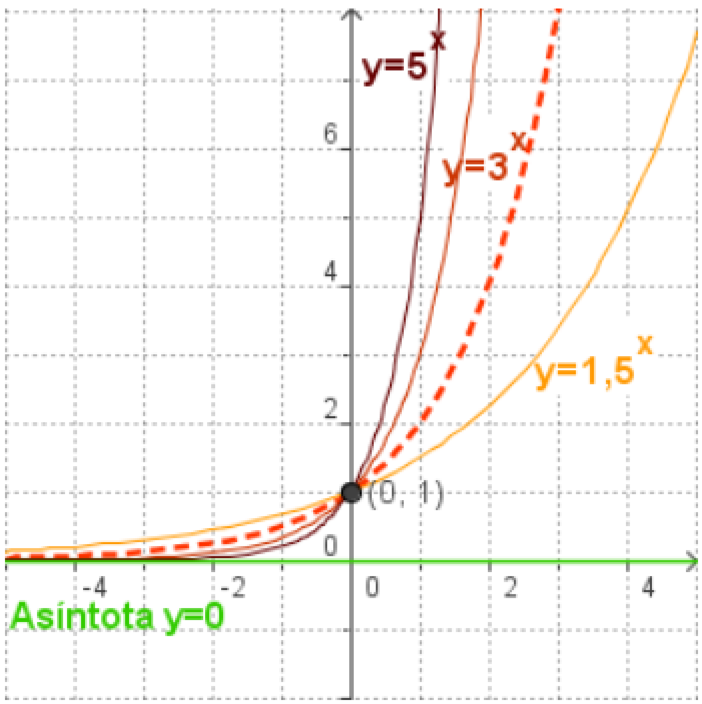
$$f(x) = a^x$$

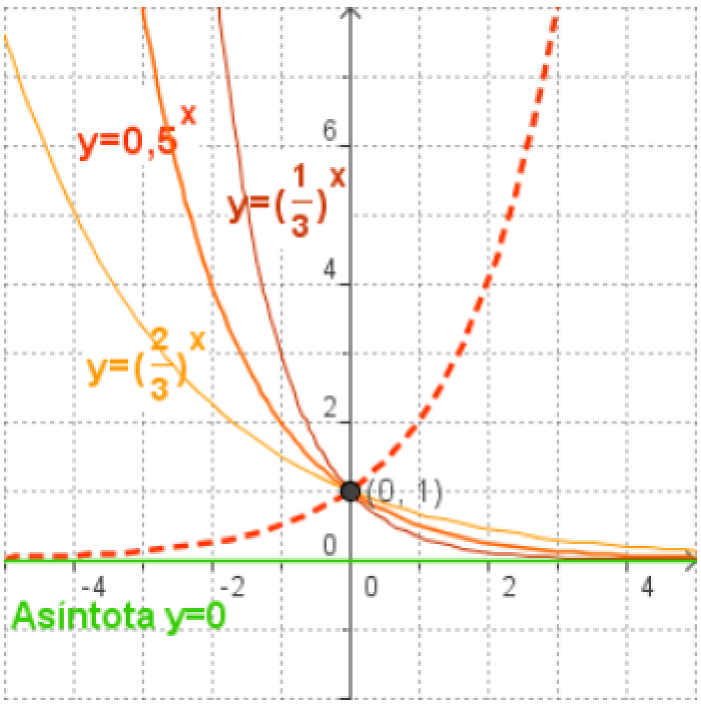
- Su **dominio** es el conjunto de todos los **números reales.**
- Su **imagen** es el conjunto de todos los **números reales positivos.**
- Posee una **asíntota horizontal** de ecuación *y=0.*
- Corta al eje y en el **punto *(0,1)*** y pasa por el punto ***(1,a).***
- Es **creciente si la base es mayor a uno** y **decreciente si la base está entre 0 y 1.**

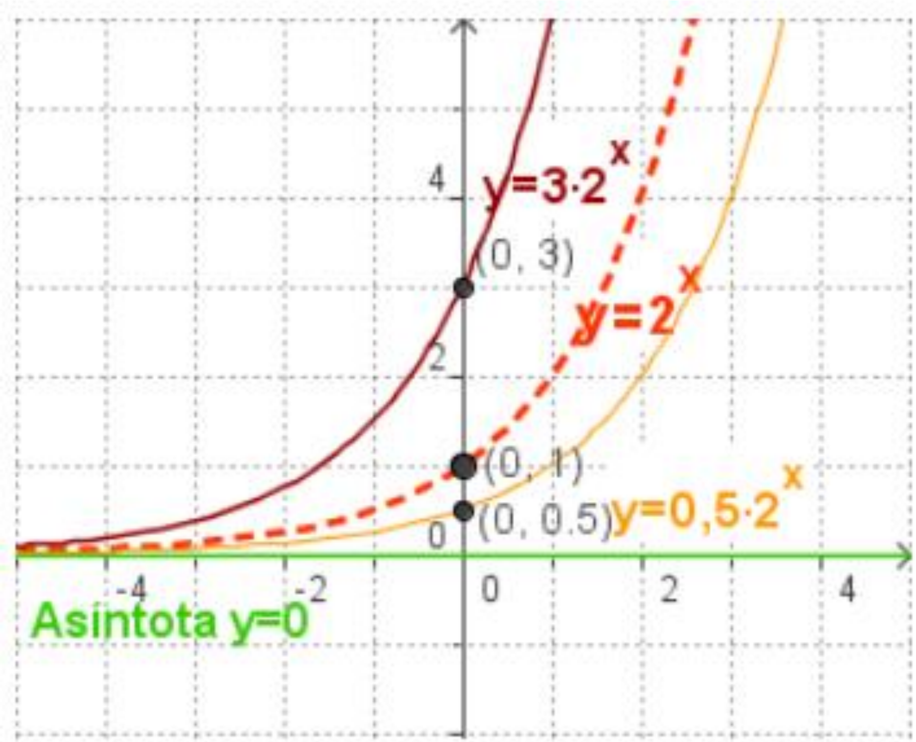
Transformaciones de funciones

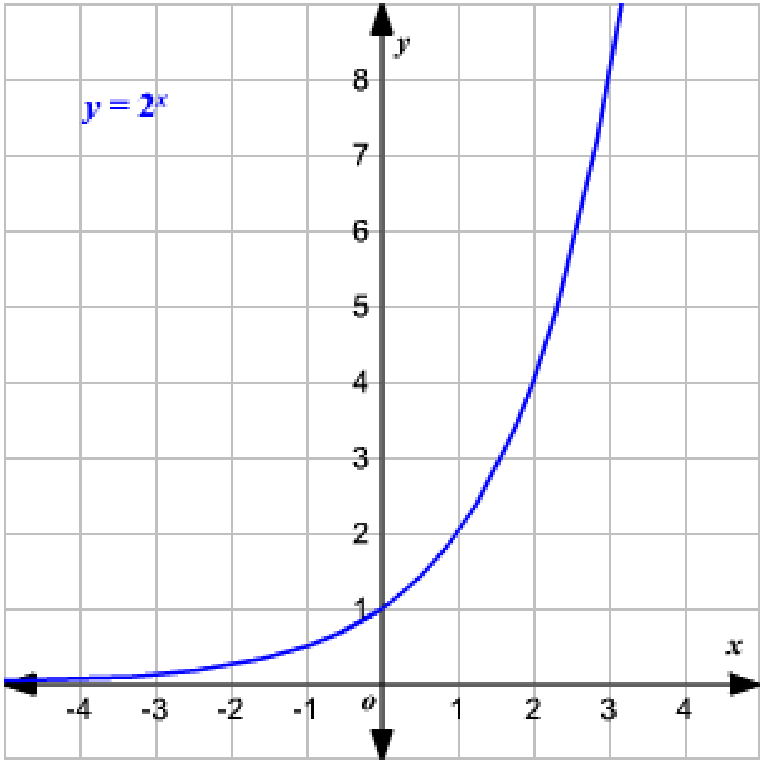
$$f(x) = k \cdot a^x \text{ , } f(x) = a^{k \cdot x} \text{ , } f(x) = a^{k+x} \text{ , } f(x) = a^x + k \text{ , etc.}$$

k es una constante $\neq 0$



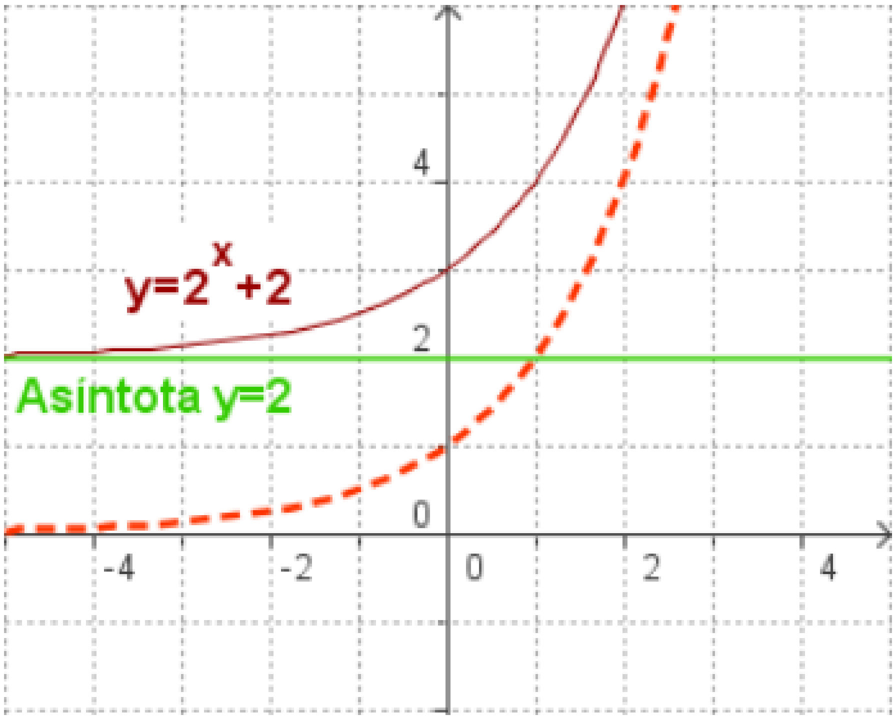


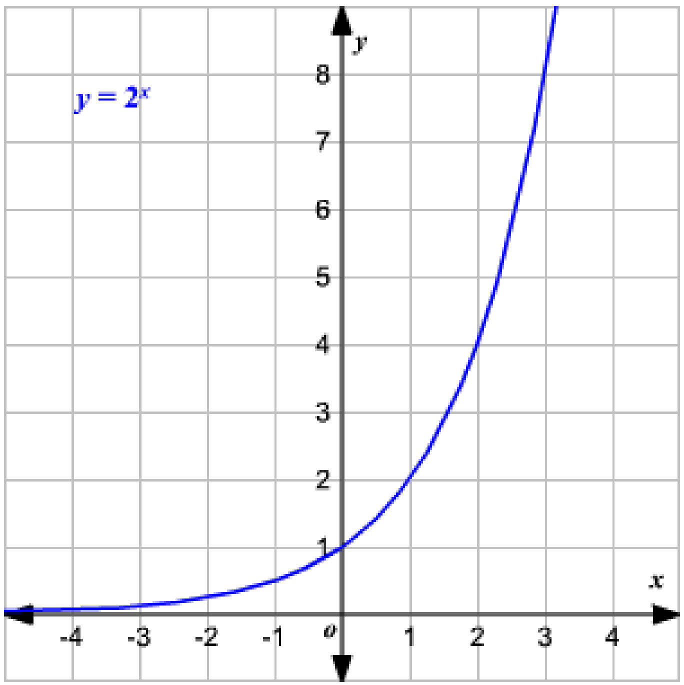




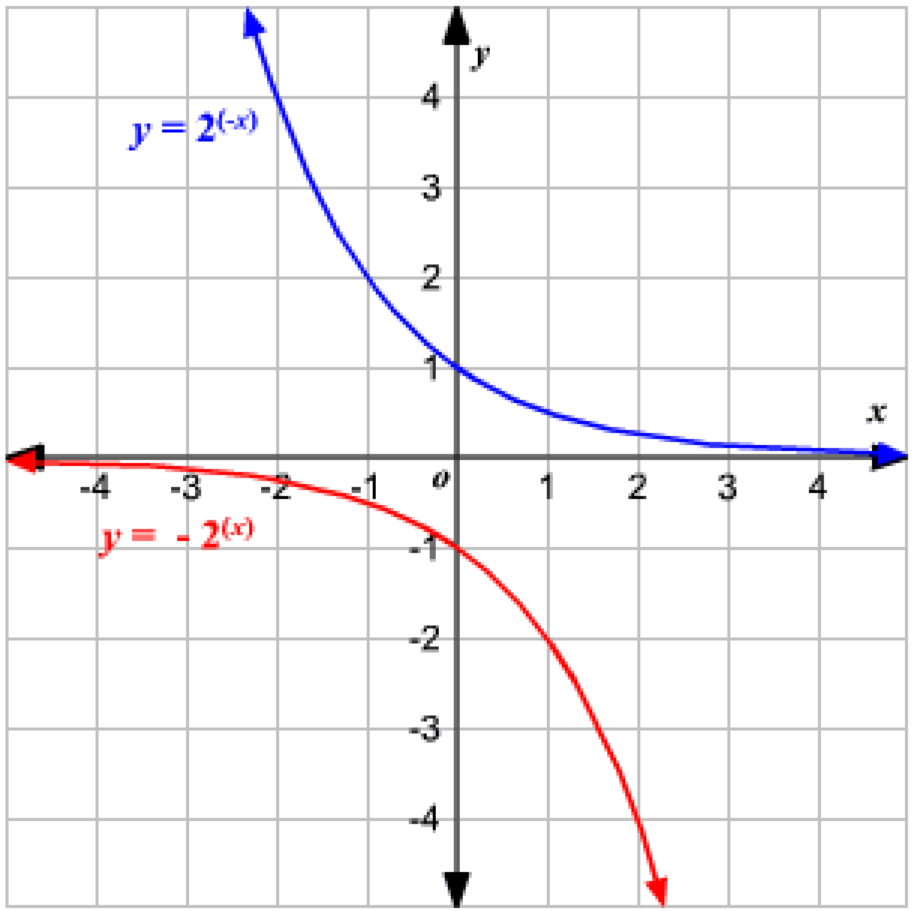
Al multiplicar por una constante k a la función, es decir: $y = kb^x$, el punto de corte con el $eje\ y$ es $(0, k)$

Al sumar o restar una constante k a la variable, es decir: $y = b^{(x \pm c)}$, la función se desplaza hacia la izquierda (+) o derecha (-)





Al sumar (o restar) una constante c a la función, es decir: $y = bx \pm c$ la gráfica **se desplaza** hacia arriba (o hacia abajo) c unidades y la asíntota horizontal pasa a ser $y = c$.



Si multiplicamos a *x* por -1, es decir $f(-x)$: La gráfica **se refleja** respecto al **eje y**.

Si multiplicamos a *y* por -1, es decir $-f(x)$: La gráfica **se refleja** respecto al **eje x.**

Función exponencial: ejercicios

Dadas las siguientes funciones:

a) $f(x) = 2^{x} - 2$

b) $f(x) = 3^{-x} + 1$

Indicar su dominio, el corte con los ejes coordenados, realizar su gráfica e indicar el conjunto imagen.

Función logarítmica

La función f definida por:

$$f(x) = \log_b x$$

se llama función logarítmica de base b, con $b > 0$ y $b \neq 1$

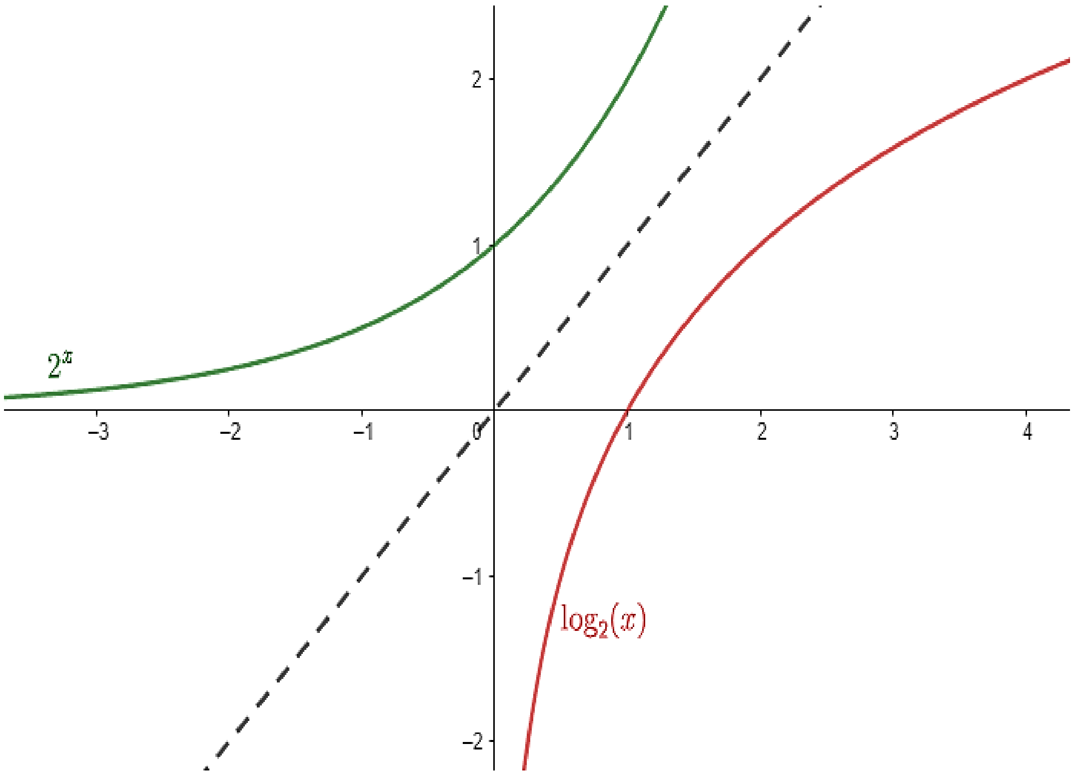
Ejemplos:

$f(x) = log_5 x$ $g(x) = log(x) + 1$ $h(x) = ln(x^2)$

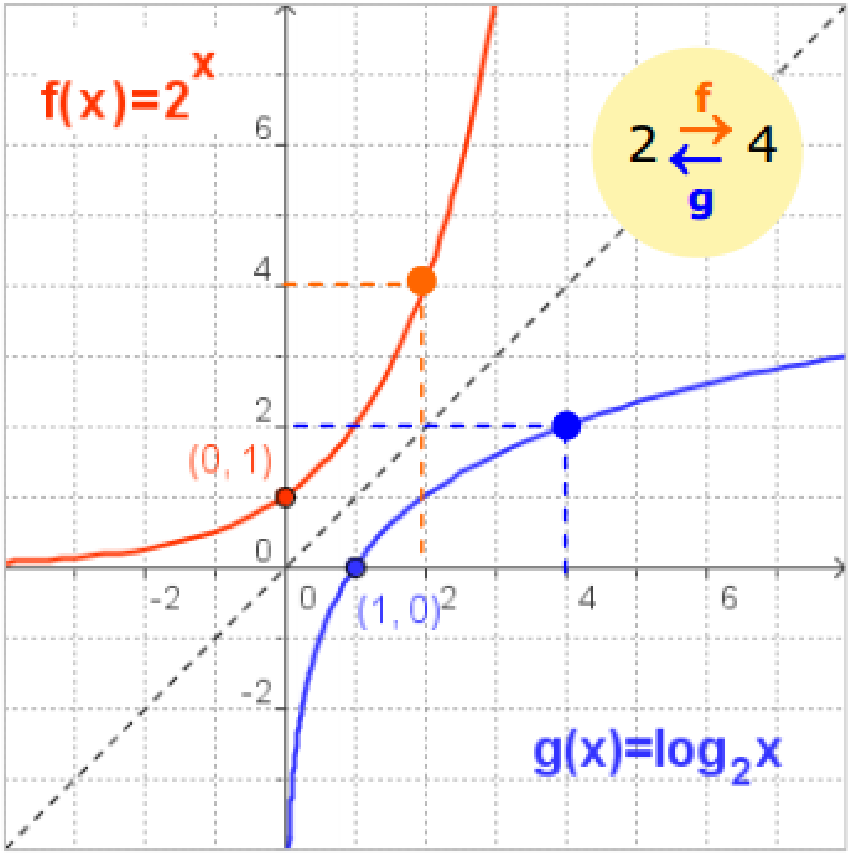
Gráfica de una función logarítmica: Ejemplo 1

$y = \log_2 x$

x	y
1/4	-2
1/2	-1
1	0
2	1
4	2



Función logarítmica y exponencial

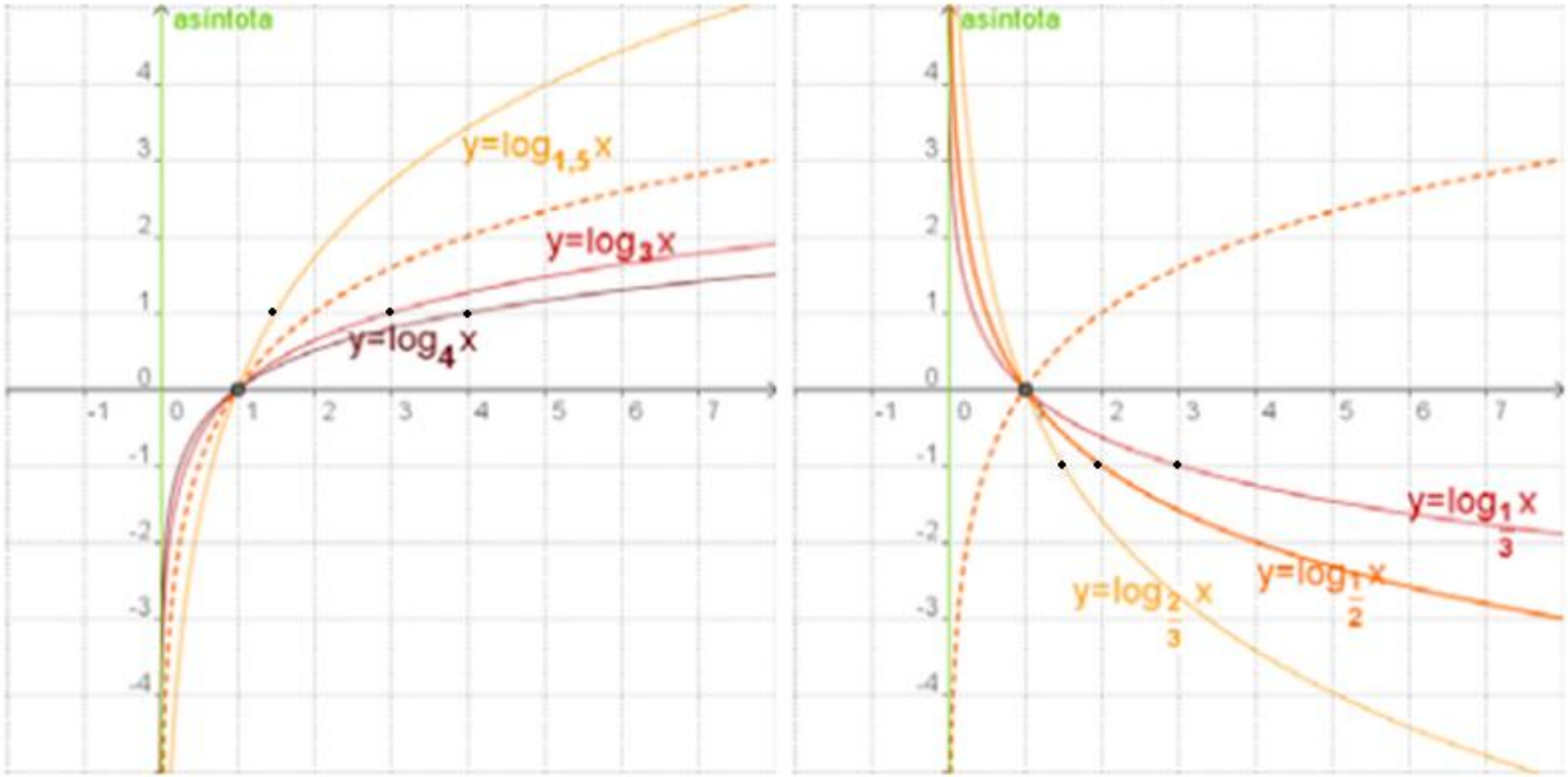


Características de una función logarítmica

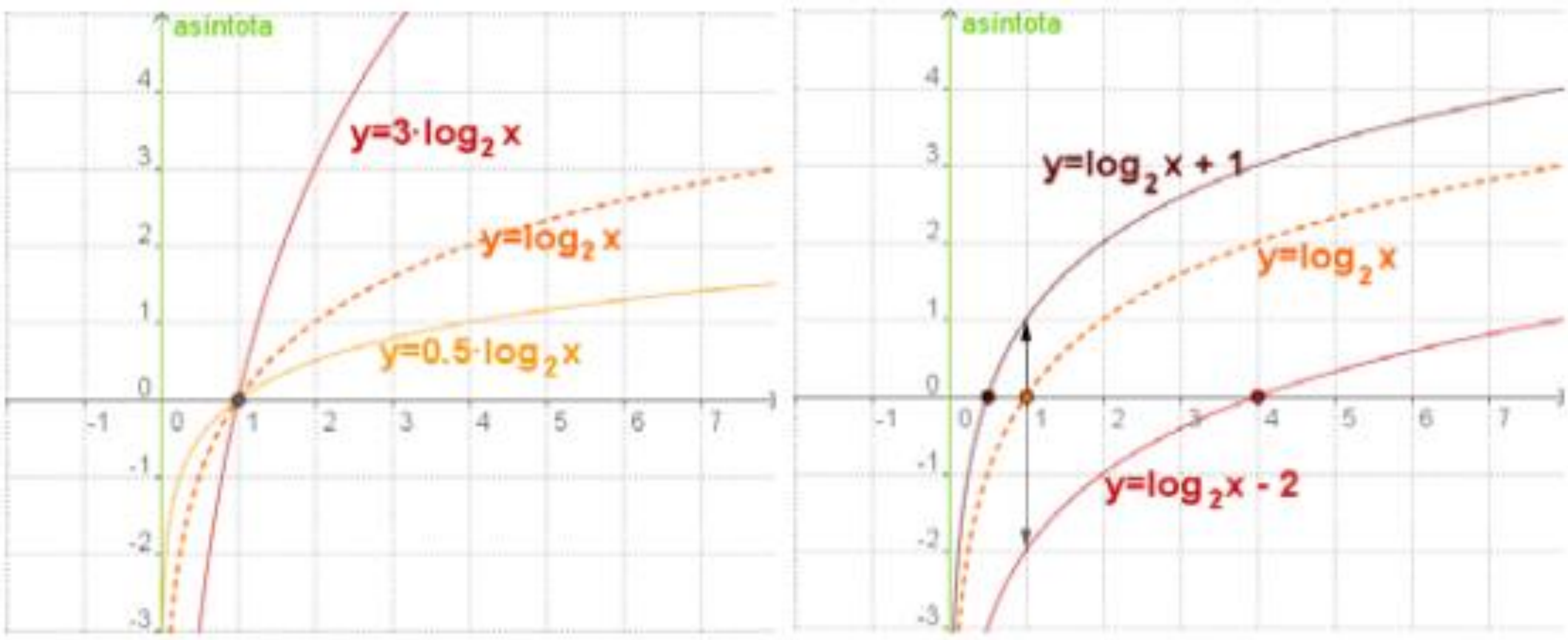
$$f(x) = \log_b x$$

- Su dominio es el conjunto de todos los números reales positivos.
- Su imagen es el conjunto de todos los números reales.
- Posee una asíntota vertical de ecuación *x=0.*
- Corta al eje x en el punto *(1,0)* y pasa por el punto *(b,1).*
- Es creciente si la base es mayor a uno y decreciente si la base está entre 0 y 1.

Funciones logarítmicas con diferentes bases



Transformaciones de funciones logarítmicas



Ejercicios: Grafique

a) $f(x) = -\log(x) + 1$

b) $f(x) = \ln(x) - 2$